

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
FSC 5151 - LABORATÓRIO DE FÍSICA MODERNA

EXPERIMENTO DE MILLIKAN

OBJETIVOS

- a) Obter evidências sobre a quantização da carga elétrica.
- b) Determinar experimentalmente o valor de um quantum de carga e .

FUNDAMENTOS DA TEORIA

Em 1910, R. A. Millikan desenvolveu o método da gota de óleo para determinar experimentalmente o valor da carga elétrica do elétron, demonstrando que a carga elétrica não era um fluido, mas era composta de elementos discretos, com uma unidade fundamental.

O equipamento básico consiste de uma câmara de nebulização (onde se forma uma nuvem de gotas com larga distribuição de diâmetros), a qual se comunica através de um pequeno orifício com a uma câmara capacitiva, cujas placas paralelas e horizontais são alimentadas por uma tensão DC ajustável, contendo uma janela que permite o fenômeno ser observado. A abertura é suficientemente estreita, tal que apenas as gotas sub-micrométricas alcançam, por gravidade, a câmara capacitiva.

Nesta câmara, com auxílio de uma fonte luminosa lateral e uma luneta telescópica com escala graduada, as sub-micro gotas tornam-se visíveis graças ao processo de difração da luz. Então as gotas podem ser ionizadas por dois processos: **i**) pela irradiação controlada de partículas alfa advindas de uma fonte de tório-232 (intensidade de $8 \mu\text{Curie}$); ou **ii**) pelo atrito de movimento, isto é, o cisalhamento delas com o ar, que pode gerar cargas tanto positivas quanto negativas. Medidas do tempo de movimento das gotas sobre a escala graduada permitem determinar a velocidade das mesmas. No atual aparato, a distância entre as menores divisões desta escala mede $0,10 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Examinem-se as condições gerais de movimento da gota no interior da câmara capacitiva. Uma gota de óleo neste ambiente está submetida à ação de três diferentes forças: uma de origem elétrica (F_E) devido à tensão aplicada nas armaduras da câmara capacitiva; outra de origem gravitacional (F_g) e, finalmente, uma de resistência ao movimento (F_r) devido à viscosidade do ar. *(Uma quarta força seria a força de empuxo sobre a gota, mas ela é muito pequena se comparada com as demais. Então será negligenciada).*

A análise das forças em consideração F_E , F_g e F_r , deve permitir que se estabeleça uma relação funcional entre a carga da gota e o parâmetro experimental medido (a velocidade da gota v).

Admitindo forma esférica para as gotas, podemos utilizar a lei de Stokes que relaciona a força retardadora (F_r) oferecida por um fluido viscoso ao movimento de uma esfera nele mergulhada:

$$F_r = -6\pi R \eta v \quad (1)$$

onde: R = raio da esfera; η = viscosidade do fluido; v = velocidade constante da esfera. *O sinal negativo diz que a força viscosa de Stokes é sempre contrária ao movimento.*

Já a força gravitacional (F_g) sobre a gota é:

$$F_g = mg = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 \rho g \quad (2)$$

sendo ρ a massa específica do óleo (no nosso caso, óleo mineral = $0,886 \text{ g/cm}^3$).

Finalmente, a força elétrica (F_E) sobre a gota é:

$$F_E = Eq = \frac{V}{d} q \quad (3)$$

sendo d a distância entre as armaduras, V a tensão aplicada, e q a carga elétrica da gota.

Admitindo-se velocidade constante para a gota, subentende-se que sua velocidade limite é alcançada instantaneamente. O intervalo de tempo gasto pela gota antes de entrar em regime estacionário (velocidade constante) é desprezível frente aos intervalos de tempo gastos pela mesma para percorrer a escala graduada vertical. Mais adiante o assunto será retomado.

Considere-se dois casos distintos: uma gota com carga negativa e duas polaridades da câmara capacitiva. Nos esquemas abaixo se admite que a força gravitacional tenha o sentido “para baixo”.

<p>a) Velocidade ascendente (v')</p> <p>equação de equilíbrio:</p> <p>módulo das forças</p> $F_E = F_g + F_r$	
<p>b) Velocidade descendente (v'')</p> <p>equação de equilíbrio:</p> <p>módulo das forças</p> $F_r = F_g + F_E$	

Inicialmente arbitra-se o sentido de movimento da gota. O sentido do vetor F_r é oposto. O sentido do vetor F_E depende da polaridade da câmara capacitiva (e, é claro, do sinal da carga da gota).

De acordo com as equações de definição das forças acima, verifica-se a existência de uma incógnita, o raio R da gota, que pode ser expresso em função das velocidades limite v' e v'' :

$$R = \left(\frac{3}{2}\right) \sqrt{\frac{(v''-v')\eta}{\rho g}} \quad (4)$$

Assim se deduz pelas equações de equilíbrio que a carga da gota é dada por:

$$q = ne = \frac{9\pi d}{2V} \sqrt{\frac{\eta^3 (v''-v')}{\rho g}} (v'' + v') \quad (5)$$

Na equação acima deve ser introduzido um fator de correção, uma vez que o raio das gotas (tipicamente $R \cong 0,5 \mu\text{m}$) já é da ordem de grandeza do livre caminho médio das moléculas do ar nas CNTP (um pouco inferior a $0,1 \mu\text{m}$). Esta correção foi feita por Cunningham, modificando a viscosidade do ar (η):

$$\eta_c = \frac{\eta}{\left(1 + \frac{b}{R}\right)} \quad (6)$$

onde: η_c = viscosidade do ar corrigida

R = raio da gota de óleo e

$b = 8,22 \times 10^{-8}$ m (fator de correção de Cunningham).

* Usando $R = 0,5 \mu\text{m}$ teremos $q_c = 0,80 \times q$, ou seja, a carga corrigida é 20 % menor.

A carga corrigida, q_c , obtida após substituição da eq. (6) na eq. (5), resulta:

$$q_c = \frac{9\pi d}{2V\sqrt{\rho g}} \left[\sqrt[3]{\frac{\eta}{\left(1 + \frac{b}{R}\right)}} \right]^2 (v'' + v') \sqrt{(v'' - v')} \quad (7)$$

$$\text{ou:} \quad q_c = q \left(1 + \frac{b}{R}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (8)$$

Considerando:

$d = 7,53 \times 10^{-3}$ m (distância entre as armaduras da câmara capacitiva utilizada na experiência);

$\eta = 18,32 \times 10^{-6}$ N s / m² (viscosidade do ar a 25 °C);

$\rho = 8,86 \times 10^2$ kg / m³ (massa específica do óleo);

$g = 9,81$ m/s² (aceleração da gravidade).

Utilizando as constantes numéricas fornecidas e as unidades do S.I., resulta:

$$R = 6,952 \times 10^{-5} (v'' - v')^{1/2} \quad (9)$$

$$q = 1,3186 \times 10^{-6} (R / V) (v'' + v') \quad (10)$$

$$q_c = q (1 + 8,22 \times 10^{-8} / R)^{-3/2} \quad (11)$$

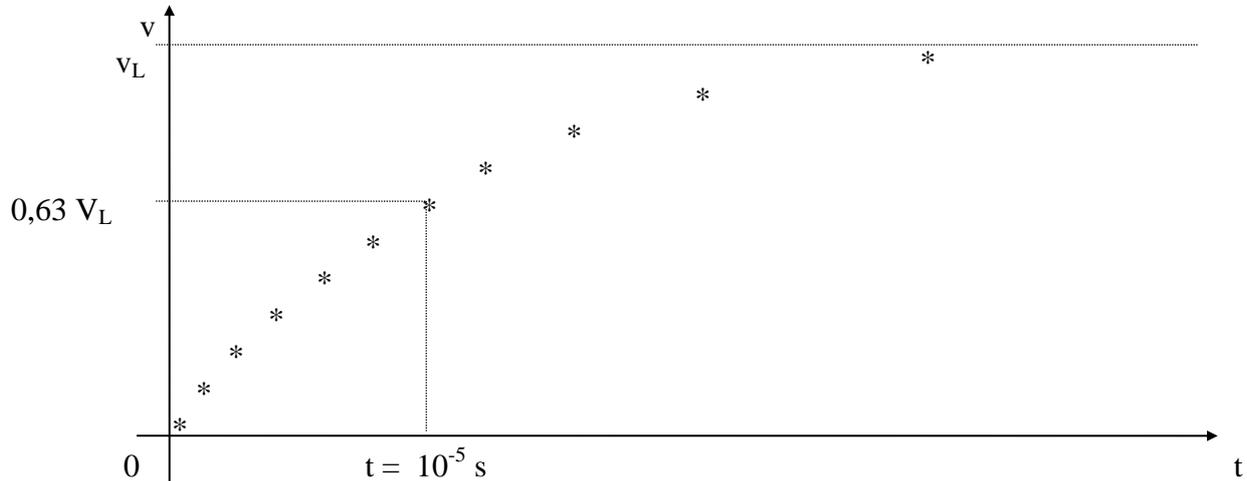
Retomando o problema da velocidade limite da gota, considere-se o caso de uma gota se movendo entre as placas do capacitor sem o campo elétrico aplicado (isto é, $V = 0$), a velocidade da gota em função do tempo é dada por:

$$v = \frac{mg}{6\pi R\eta} \left[1 - \exp\left(\frac{-6\pi R\eta t}{m}\right) \right] \quad (12)$$

onde: m = massa da gota; R = raio da gota; g = aceleração da gravidade e η = viscosidade do ar.

Na eq. (12), quando $t \rightarrow \infty, v \rightarrow \frac{mg}{6\pi R\eta} = v_{limite} = v_L$

No gráfico abaixo tem-se a velocidade de uma gota em função do tempo. Para $t = 0$, a velocidade é zero, mas para t tendendo a infinito, ou tempos grandes, a velocidade se aproxima assintoticamente da velocidade limite V_L . O valor da constante $6 \pi R \eta / m$ é da ordem de 10^5 , o que resulta na velocidade de 63% da velocidade limite para o tempo $t = 10^{-5}$ s. Verifica-se que ‘tempos grandes’ são da ordem de frações de segundo. Para efeitos práticos, a gota atinge a velocidade limite instantaneamente.



Se houver um campo elétrico aplicado e a gota se mover no mesmo sentido do campo gravitacional, a sua velocidade em função do tempo será dada por:

$$v = \left(\frac{mg}{6\pi R\eta} + \frac{Vq}{6\pi R\eta d} \right) \left[1 - \exp\left(\frac{-6\pi R\eta t}{m}\right) \right] \quad (13)$$

Se $t \rightarrow \infty$, o primeiro termo entre parênteses representa a velocidade limite da gota. Para $V=0$, resulta na situação descrita na eq. (12).

PRÉ - RELATÓRIO

1. Discuta os motivos pelos quais as armaduras da câmara capacitiva devem ser:
 - a) paralelas;
 - b) horizontais.
2. Utilizando as equações de definição de F_r , F_g , F_E e as condições de equilíbrio do caso ascendente e descendente, mostre como se obtém as equações (4) e (5).
3. Demonstre a eq. (12).
4. Discuta o conceito de velocidade limite. Por que, para ‘efeitos práticos’, admite-se que ela é alcançada instantaneamente no presente caso?
5. Se você puder aplicar um campo elétrico para baixo ou para cima e ainda desligá-lo, num capacitor de placas paralelas horizontais, explique como poderá saber:
 - a) se uma gota está carregada ou não;
 - b) o sinal da carga.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. SHAMOS M.H. – Great Experiments in Physics; Dover 1.987.
2. Ver em www.pasco.com, o manual de instrução AP-8210.

RELATÓRIO:

1. Preencha a Tabela I. Faça um gráfico da carga corrigida em função do raio das gotas. Evidencie nele a quantização.
2. Selecione o valor de R em uma de suas medidas para o cálculo das seguintes forças que agem sobre a gota: **a)** Força de Empuxo: F_e . **b)** Força Elétrica: F_E . **c)** Força Gravitacional: F_g . *Nesta questão você deve explicitar que a experiência tem uma precisão de $1,6 \times 10^{-14}$ N.*
3. Compare os valores de F_e , F_E e F_g e discuta a procedência de introduzir ou não a correção devida ao empuxo no presente caso.
4. O raio das gotas formadas é da ordem de 0,1 a 0,8 microns; o aumento do telescópio é de ~ 100 vezes, o olho humano não pode ver uma imagem de $100 \times 0,1 = 10$ microns; então qual o fenômeno que está ocorrendo na iluminação da gota? Por que esta iluminação deve ser lateral?
5. **(a)** Por que, conceitual e operacionalmente, gotas com raios muito pequenos e muito grandes devem ser evitadas nas medidas?

(b) Da teoria cinética dos gases, $\lambda = (2)^{-1/2} k.T/(\sigma.p)$, sendo λ o livre caminho médio, k a constante de Boltzman, p a pressão, T temperatura em Kelvin e $\sigma = 0,43 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ a secção de choque de colisão para as moléculas de N_2 nas CNTP, calcule o livre caminho médio para as moléculas de nitrogênio (dê o resultado com apenas um significativo).

LABORATÓRIO DE FÍSICA MODERNA FSC5151

GRUPO: _____ DATA: _____

ALUNOS: _____

_____**EXPERIMENTO DE MILLIKAN****Tabela I:**Distância entre armaduras: $d = 7,53 \text{ mm}$; $\rho_{\text{óleo}} = 0.886 \text{ g/cm}^3$; Voltagem =V

Espaçamento do retículo: divisão maior 0,5 mm; divisão menor 0,1 mm

	$t_1 \text{ (s)}$	$t_2 \text{ (s)}$	v_1 10^{-4} m/s	v_1 10^{-4} m/s	$(v_2 - v_1)$ 10^{-4} m/s	$(v_2 + v_1)$ 10^{-4} m/s	R 10^{-7} m	Q 10^{-19} C	Q_{cor} 10^{-19} C
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									

	t_1 (s)	t_2 (s)	v_1 10^{-4} m/s	v_1 10^{-4} m/s	(v_2-v_1) 10^{-4} m/s	(v_2+v_1) 10^{-4} m/s	R 10^{-7} m	Q 10^{-19} C	Q_{cor} 10^{-19} C
30									
31									
32									
33									
34									
35									
36									
37									
38									
39									
40									
41									
42									
43									
44									
45									
46									
47									
48									
49									
50									
51									
52									
53									
54									
55									
56									
57									
58									
59									
60									

Nota: O valor atual da carga do eletrom. é: $1,602 \times 10^{-19}$ C.

Em 1913, após a correção da viscosidade, Millikan publicou: $e = 1,59 \times 10^{-19}$ C .