

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
FSC 5151 - LABORATÓRIO DE FÍSICA MODERNA

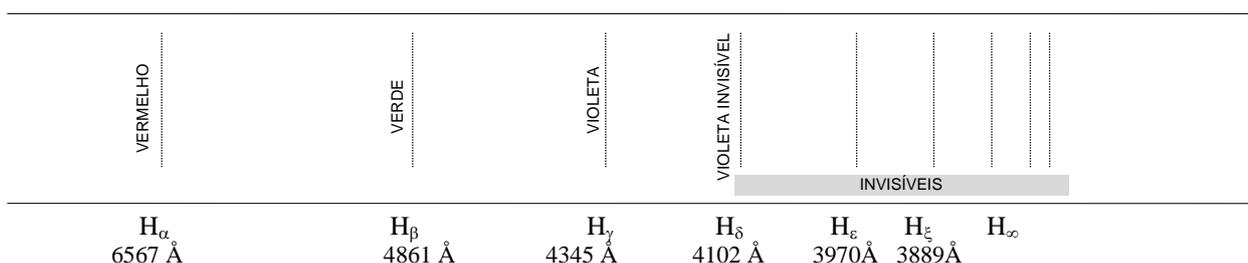
## ESPECTROS DO HIDROGÊNIO E DO HÉLIO

### OBJETIVOS

- a) Medir os comprimentos de onda das raias espectrais do Hidrogênio e do Hélio.
- b) Calcular a constante de Rydberg para o átomo de Hidrogênio.
- c) Identificar alguns níveis de energia para o átomo de Hélio.

### FUNDAMENTOS DA TEORIA

Sendo o Hidrogênio o mais simples de todos os átomos, constituído de um próton e de um elétron, esperava-se que seu espectro de linhas fosse relativamente simples. Na figura abaixo temos a parte visível do espectro do Hidrogênio, conhecida como série de Balmer.



A primeira linha na região do vermelho com  $\lambda=6567 \text{ \AA}$  é conhecida como  $H_\alpha$ , a segunda na região do azul-verde com  $\lambda = 4861 \text{ \AA}$  é a linha  $H_\beta$ , a terceira na região do violeta com  $\lambda=4345 \text{ \AA}$  é a linha  $H_\gamma$ , e assim por diante. Em 1885 Balmer descobriu que os comprimentos de onda destas linhas podiam ser calculados pela fórmula

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad (1)$$

onde R é denominada constante de Rydberg, com  $R = 1,09678 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ , e  $n'$  tem o valor 3 para  $H_\alpha$ , 4 para  $H_\beta$ , etc. À medida que  $n'$  cresce, as linhas sucessivas da série ficam mais próximas e convergem para um limite  $H_\infty$ , com  $\lambda = 3646 \text{ \AA}$ , na região do ultra-violeta.

Em 1913, Bohr apresentou uma interpretação para o espectro do Hidrogênio, baseado no modelo atômico de Rutherford. De acordo com Bohr, as energias possíveis para o átomo de hidrogênio são quantizadas e devem satisfazer a relação geral

$$E_n = - \frac{RhcZ^2}{n^2} \quad (2)$$

sendo  $n = 1, 2, 3, \dots$ , números quânticos correspondentes a estados estacionários;

$h = 6,63 \times 10^{-34}$  J s, a constante de Planck;

$c = 2,997 \times 10^8$  m / s, a velocidade da luz;

$Z =$  número atômico;

$R_M =$  constante de Rydberg para um núcleo de massa  $M$ , calculada pela expressão

$$R_M = R_\infty \frac{\mu}{M} \quad (3)$$

onde  $R_\infty = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{4\pi\hbar^3 c} = 1,0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  $m$  é a massa do elétron,  $M$  a massa do núcleo,

ambos se movimentando em torno do centro de massa do sistema (massa reduzida  $\mu$ ). Por aproximação, se o núcleo for considerado com uma massa infinita quando comparado à massa do elétron, então  $R = R_\infty$ . Para átomos hidrogenóides, isto é, átomos de apenas um elétron, como  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ , etc., o valor de  $R$  varia um pouco, como se pode observar na tabela abaixo:

Átomo	$n$	$A$	$R$ ( x $10^7 \text{ m}^{-1}$ )
Hidrogênio	1	1	1,0967758
Hélio ( $\text{He}^+$ )	2	4	1,0972227
Lítio ( $\text{Li}^{2+}$ )	3	7	1,0972880

A diferença de energias  $\Delta E$  entre dois estados estacionários pode ser calculada por

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \quad (4)$$

Segundo Bohr, o átomo pode absorver ou emitir *quanta* de energia sob a forma de radiação eletromagnética cujos números de onda ( $1/\lambda$ ) são dados por:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad (5)$$

onde  $n$  e  $n'$  são os níveis de energia permitidos pela teoria quântica, sendo  $n' > n$ .

Verificou-se posteriormente que a teoria de Bohr fornecia, com boa aproximação, explicação para os dados experimentais, não apenas para o átomo de hidrogênio, mas também para os átomos hidrogenóides. Verifica-se que algumas transições energéticas em diferentes átomos são quase coincidentes. Como exemplo, considere-se a linha vermelha do hidrogênio (transição de  $n' = 3$  para  $n = 2$ ) e a linha vermelha observada no espectro do  $\text{He}^+$  (transição de  $n'=6$  para  $n=4$ ). A pequena diferença energética neste caso é decorrente da diferença entre as massas nucleares que, operacionalmente, reflete-se em diferenças das constantes de Rydberg.

A descoberta do Deutério constitui outro triunfo para a teoria de Bohr do átomo de Hidrogênio. Considerando-se que o núcleo de Deutério é formado por um próton e um nêutron, era

possível prever que, por exemplo, a linha  $H_{\beta}$  do Deutério estaria muito próxima da correspondente linha do Hidrogênio. A diferença esperada de  $1,3 \text{ \AA}$  entre as duas linhas foi efetivamente encontrada.

Embora a teoria de Bohr seja aplicável ao H e átomos hidrogenóides, ela falhava na explicação de observações experimentais para átomos não hidrogenóides. Por exemplo, o átomo de Hélio (2 elétrons) exibiu resultados que são razoavelmente coincidentes com as previstas pela

relação 
$$E_n = -RhcZ^2 - Rhc \frac{(Z-1)^2}{n^2} \quad (6)$$

onde supomos que um elétron permaneça no estado fundamental ( $n = 1$ ) efetuando uma “blindagem” completa sobre uma carga nuclear, enquanto o outro elétron é responsável pela excitação dos diferentes níveis ( $n > 1$ ).

Somente com a Teoria Quântica foi possível unificar as explicações para os diferentes comportamentos experimentais de todos os elementos conhecidos. Por outro lado, o desenvolvimento da teoria não invalidou os postulados iniciais de Bohr, apenas complementou-os no sentido de que abrangessem a totalidade dos átomos.

Aos níveis de energia postulados por Bohr, o desenvolvimento da Mecânica Quântica permitiu explicações para a estrutura fina (esplritamento Coulombiano), estrutura hiper-fina (esplritamento via spins), intensidade relativa das raias (probabilidade de transição), etc.. Hoje, em que pese a complexidade relativa dos fundamentos matemáticos, a teoria atômica da matéria está fundamentalmente estruturada no sentido de que a maioria dos fenômenos observados podem ser explicados de modo coerente pela Mecânica Quântica.

As medidas que serão realizadas no laboratório, com um espectrômetro de rede, são relativamente simples e precisas. Uma rede de difração por transmissão é uma lâmina de vidro que possui um número relativamente grande de fendas paralelas, com uma separação “ $d$ ” entre as fendas. Um feixe de raios luminosos que incide perpendicularmente a esta rede de difração sofre mudança de direção ao passar pelas fendas. De acordo com o princípio de Huygens, estas fendas atuam como fontes luminosas secundárias. As frentes de onda assim geradas interferem destrutivamente, exceto ao longo da linha perpendicular ao plano da rede e em poucas direções para as quais é satisfeita a condição:

$$m \lambda = d \sin \theta \quad (7)$$

onde  $d$  é o espaçamento da rede, isto é, a distância entre duas fendas consecutivas, e  $m$  designa a ordem do espectro.

Para uma dada ordem do espectro, geralmente  $m=1$ , os comprimentos de onda  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ , que compõem o feixe luminoso não monocromático, fazem ângulos  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ , com a direção normal à rede.

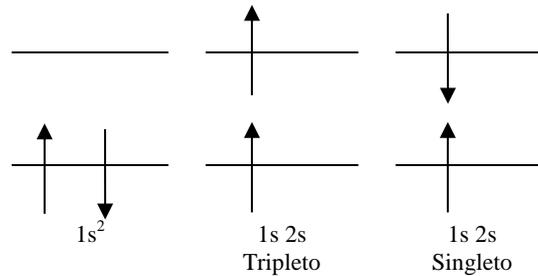
A partir do número de fendas por unidade de comprimento, que normalmente é dado pelo fabricante da rede, um cálculo simples permite obter o valor do espaçamento da rede. Então com a medida do ângulo  $\theta$  no espectrômetro de rede, o correspondente comprimento de onda  $\lambda$  pode ser calculado com a eq. (7).

#### BIBLIOGRAFIA

1. **Softley T. P. - ATOMIC SPECTRA - Oxford University Press - 1.994.**
2. Eisberg R. and Resnick R. - QUANTUM PHYSICS - John Wiley - 1.974.
3. Eisberg R. - FUNDAMENTALS OF MODERN PHYSICS - John Wiley - 1.961.
4. Kondratyev G. - THE STRUCTURE OF ATOMS AND MOLECULES - Mir - 1.967.
5. White H. E. - INTRODUCTION TO ATOMIC SPECTRA - Mc Graw-Hill - 1.984.
6. Alonso M. and Finn E. - FUNDAMENTAL UNIVERSITY PHYSICS, vol. 3 - Addison-Wesley - 1.968.
7. Keneth R. Lang - ASTROPHYSICAL FORMULAE - Spring-Verlag - 1.980.

PRÉ-RELATÓRIO

- 1) Quais são os postulados da teoria de Bohr para o átomo de Hidrogênio?
- 2) Como (historicamente) surgiu a Constante de Rydberg? Calcule a Constante de Rydberg (através da teoria do átomo de Bohr) para o Hélio ionizado ( $\text{He}^+$ ).
- 3) Quando Bohr predisse que a energia era quantizada, isso significa ter predito a existência de uma unidade fundamental de energia? Justifique sua resposta.
- 4) Entre o ORTO e o PARA hélio, qual é o mais estável? Por quê?



- 5) O que se entende por estrutura fina e hiper-fina?

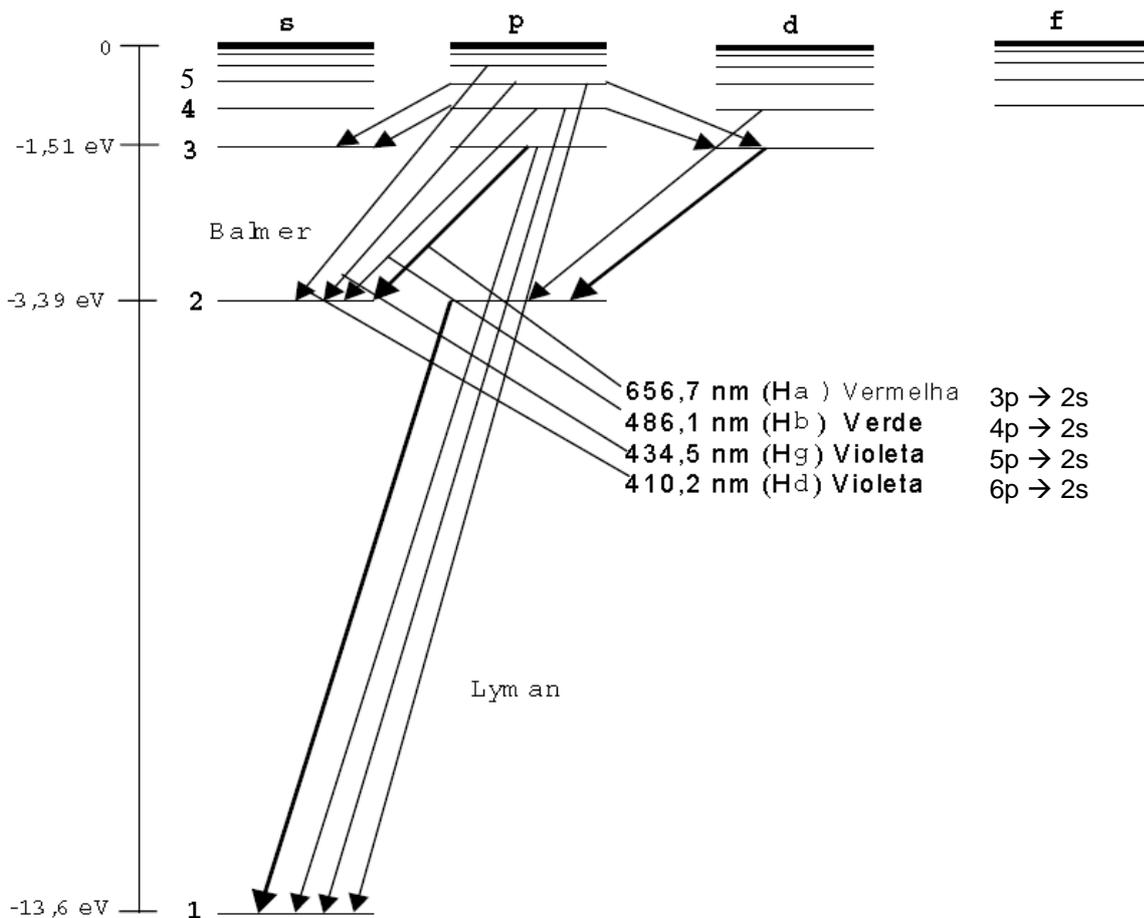


Diagrama de Grotrian que resume o espectro do hidrogênio atômico. As linhas mais fortes indicam as transições mais intensas.

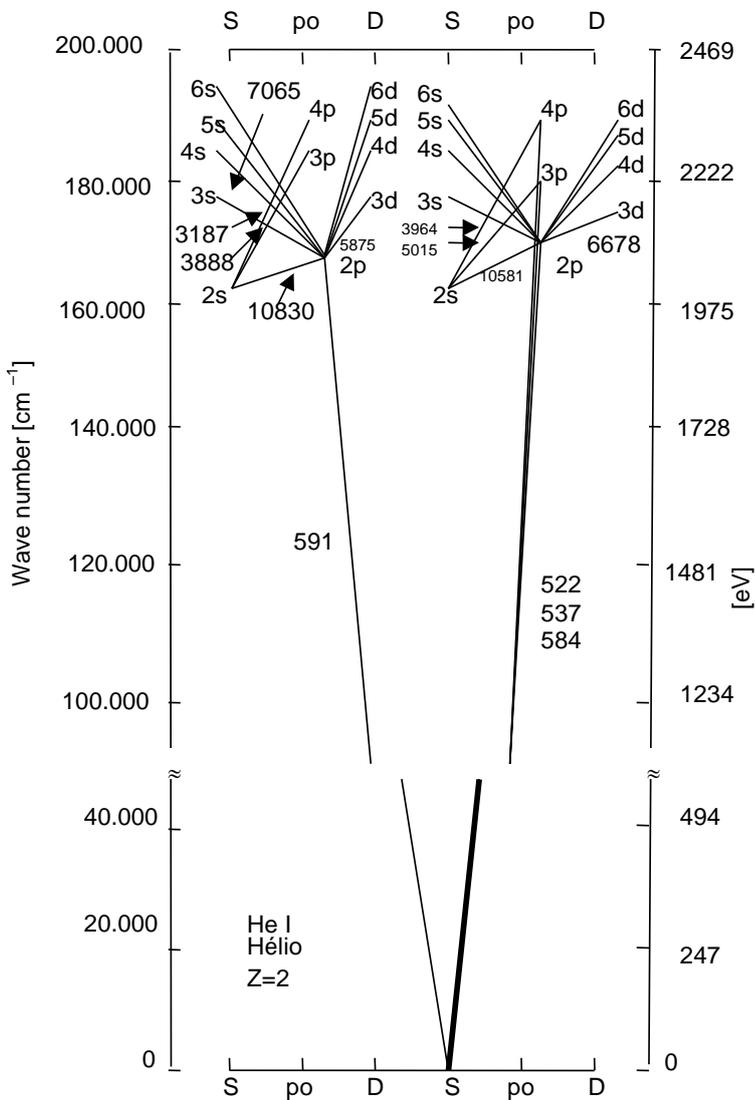
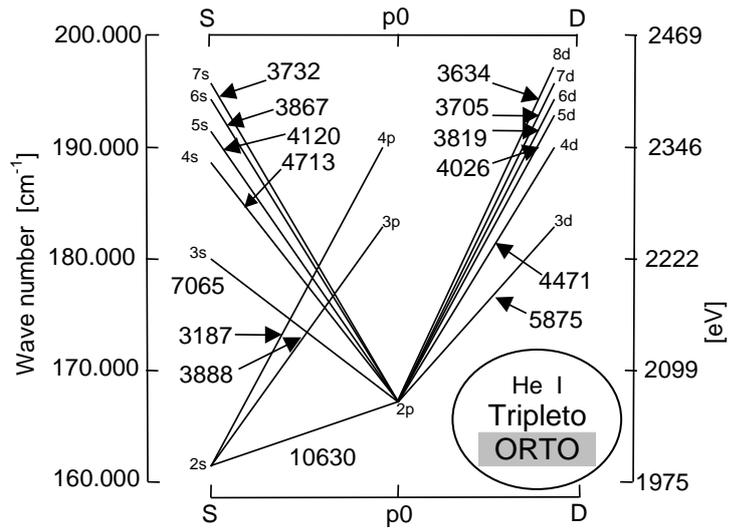
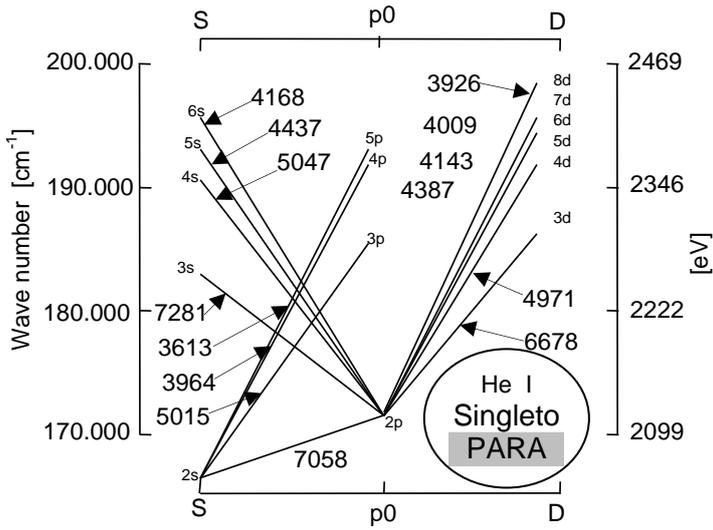


Diagrama de Grotrian para o Hélio.

## RELATÓRIO

1. Calcule os comprimentos de onda dos espectros do Hidrogênio e do Hélio com a equação (7) conforme a Tabela.
  2. Usando os dados do hidrogênio, faça o gráfico  $1/\lambda$  em função de  $1/n'^2$ , e
    - a) Calcule os coeficientes linear e angular a partir do gráfico.
    - b) Mostre, algebricamente, que o coeficiente angular da questão anterior é igual a  $R_H$  e calcule o desvio percentual em relação ao valor tabelado.
  3. Consulte o diagrama de Grotrian para o hidrogênio e identifique quais os estados que geram as transições observadas no seu experimento. As regras de seleção previstas pela Mecânica Quântica foram obedecidas?
  4. Compare os valores dos  $\lambda$  do Hélio que você mediu com os do seu diagrama de Grotrian.
  5. Usando os  $\lambda$  medidos, calcule as energias correspondentes (em eV) com a eq. (4) e anote-as na Tabela. Pelo menos para um caso apresente seus cálculos.
  6. Baseado nos espectros de absorção e de emissão do átomo de Hidrogênio, justifique porque a Espectrometria de Absorção Atômica tem mais especificidade (e com isto mais resolução) do que a Espectrometria de Emissão Atômica.
  7. Usando o livro de Eisberg, faça um resumo das seções 9.4 (átomo de He) e 9.5 (teoria de Hartree). Você pode ser sorteado para apresentá-lo no quadro para a turma.
  8. O modelo de Hartree não funciona bem para o átomo de Hélio. Entretanto ele irá funcionar razoavelmente bem para átomos hidrogenóides (Li, Na, K...). Por quê?
-

## APÊNDICE

Para uma rede de difração define-se resolução (**R**) como:

$$\mathbf{R}=\lambda/\Delta\lambda$$

Mostra-se que  $\mathbf{R}=\mathbf{N}\cdot\mathbf{m}$ , onde m é o número de ordem do espectro.

Na “high resolution atomic spectroscopy” ou HRAS, onde se usa uma “**echelle grating**”, também conhecida como “**Richardson Grating**”, conseguem-se resoluções  $R=10^6$  (um milhão) ou mais. Com resoluções de um milhão, é possível resolver espectros atômicos rotacionais e vibracionais, bem como o efeito Zeeman atômico.

Pesquise também:

HRAS = high resolution atomic spectroscopy;

Echelle spectrographs ([www.andor.com](http://www.andor.com))

Richardson Grating ([www.gratinglab.com](http://www.gratinglab.com))

### Cronologia

1885	Balmer
1895	Roentgen
1897	J.J. Thomson
1900	Plack
1911	Rutherford
1913	Bohr
1922	Schrödinger
1926	Dirac
1928	Hartree – Fock

FÍSICA MODERNA (FSC5151) GRUPO \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

ALUNOS: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### ESPECTROS DO HIDROGÊNIO E DO HÉLIO

TABELA:

Hélio: Rede de difração:  $N = \dots\dots\dots$   $d = \dots\dots\dots$

Cor	$\varphi_1$ (esquerda)	$\varphi_2$ (direita)	$\frac{ \varphi_2 - \varphi_1 }{2} = \theta$	$\text{sen}\theta$	$\lambda$ (Å)

Hidrogênio: Rede de difração  $N =$   $d =$

Violeta					
Verde					
Vermelho					

Hidrogênio (continuação):

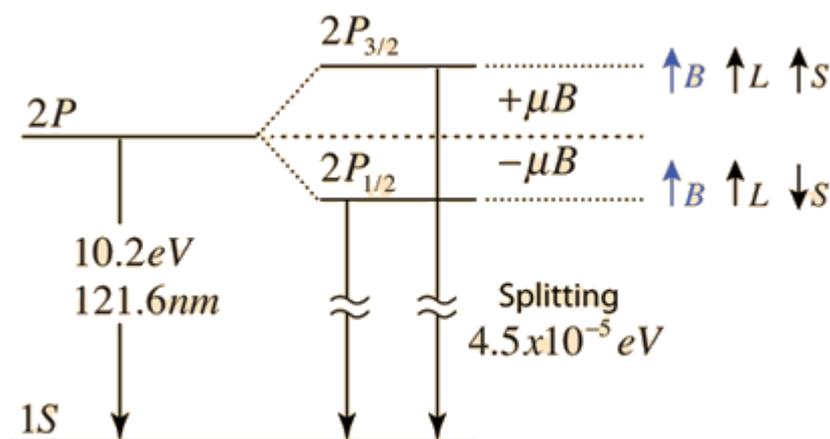
$\lambda$ (Å) medidos	$\lambda$ (Å) tabelados – ver Diagrama de Grotrian	Desvio (%)	$\Delta E$ $\times 10^{-19}$ J	$\Delta E$ (eV)

## APÊNDICE

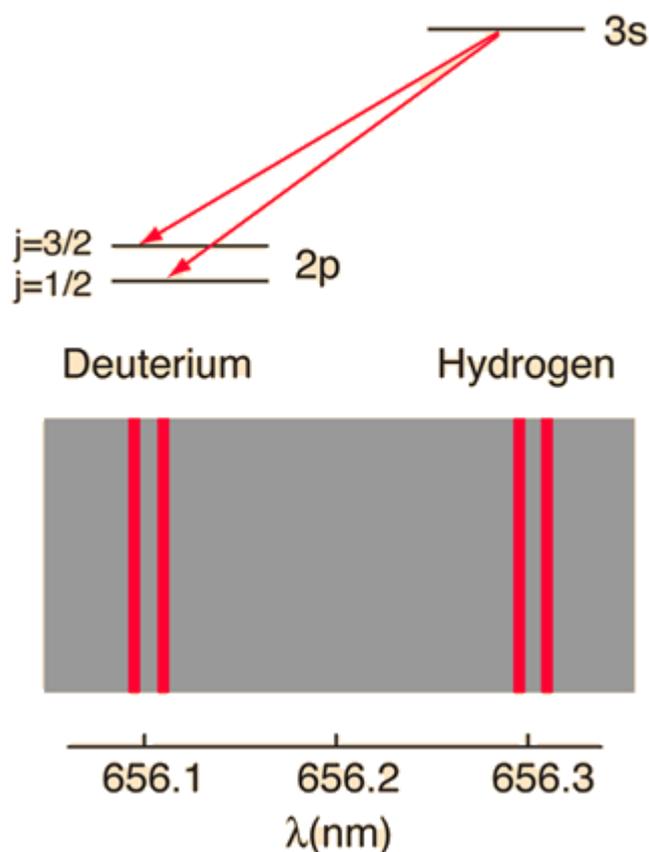
### Hydrogen fine structures

From: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>

When the familiar red spectral line of the hydrogen spectrum is examined at very high resolution, it is found to be a closely-spaced doublet. This splitting is called fine structure and was one of the first experimental evidences for electron spin.



The small splitting of the spectral line is attributed to an interaction between the electron spin  $S$  and the orbital angular momentum  $L$ . It is called the spin-orbit interaction.



The familiar red H-alpha line of hydrogen is a single line according to the Bohr theory. The straight application of the Schrodinger equation to the hydrogen atom gives the same result. If you calculate the wavelength of this line using the energy expression from the Bohr theory, you get 656.11 nm for hydrogen, treating the nucleus as a fixed center. If you use the reduced mass, you get 656.47 nm for hydrogen and 656.29 nm for deuterium. The difference between the hydrogen and deuterium lines is about 0.2 nm and the splitting of each of them is about 0.016 nm, corresponding to an energy difference of about 0.000045 eV. This corresponds to an internal magnetic field on the electron of about 0.4 Tesla.

# Hydrogen energy levels

